

12.5 Diagnostische toets



Je kunt de diagnostische toets ook maken op de computer.

12.1 Grafen

- 1** Van een graaf is de verbindingsmatrix V gegeven en een gedeelte van de afstandsmatrix M .

$$\begin{array}{c} \text{naar} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \text{van} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = V$$

$$\begin{array}{c} \text{naar} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \text{van} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} \end{array} \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 6 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 6 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 5 & \dots & 12 & 0 & \dots & \dots \\ 9 & 4 & \dots & \dots & 0 & \dots \\ \dots & 7 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} = M$$

- a** Vul de ontbrekende getallen van de matrix M in.

Neem aan dat de punten A tot en met F plaatsen zijn en de getallen in de matrix M de afstanden in km. In elk van deze plaatsen woont een bestuurslid van atletiekclub AVL.

- b** Welke plaatsen genieten de voorkeur voor de bestuursvergadering als het aantal te reizen kilometers minimaal moet zijn?
c Welke plaatsen genieten de voorkeur voor de bestuursvergadering als in A drie bestuursleden zouden wonen, in B twee, in C , D en E één en in F drie?

12.2 Matrices

- 2** Gegeven zijn de matrices

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ en } D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 8 & 7 & -5 \end{pmatrix}.$$

Bereken zo mogelijk.

- a** $A \cdot C$ **c** $A \cdot B$ **e** $C \cdot D$
b $B \cdot C$ **d** $B \cdot A$ **f** $A \cdot A$

- 3** In een fabriek worden uit de grondstoffen G_1, G_2, G_3 en G_4 de producten P_1, P_2 en P_3 vervaardigd. De benodigde eenheden grondstof per product worden gegeven door de matrix A .

De grondstoffen G_1, G_2, G_3 en G_4 kosten per eenheid respectievelijk 10, 15, 20 en 30 euro.

Er is een order ontvangen voor 70 stuks P_1 , 10 stuks P_2 en 50 stuks P_3 .

- a** Verwerk de order in een matrix B en de kosten in een matrix C zo, dat de matrixproducten $B \cdot A$ en $A \cdot C$ betekenis hebben.
b Bereken $B \cdot A$, $A \cdot C$ en $B \cdot A \cdot C$ en geef van elke matrix een interpretatie van de elementen.

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{array} \begin{array}{c} G_1 \quad G_2 \quad G_3 \quad G_4 \\ \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 10 \\ 7 & 9 & 5 & 20 \\ 8 & 10 & 4 & 180 \end{pmatrix} \end{array} \end{array}$$

12.3 Overgangsmatrices

- 4** De leerlingen op het Hamilton College blijken drie merken agenda's te gebruiken. We noemen ze A , B en C . Niet elke leerling gebruikt elk jaar hetzelfde merk agenda. De overgangen per jaar staan in de matrix M .

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 & 0,05 \\ 0,2 & 0,5 & 0,05 \\ 0,1 & 0,2 & 0,9 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- a** Bereken M^2 en geef een interpretatie van het element m_{32} van M^2 .

In het schooljaar 2007-2008 hebben 43 brugklassers een agenda van merk A , 36 brugklassers een agenda van merk B en de overige 28 een van merk C .

- b** Hoeveel van deze leerlingen gebruiken in het schooljaar 2009-2010 een agenda van merk A ?
c Hoeveel van deze leerlingen gebruiken in het schooljaar 2010-2011 een agenda van merk B ?
d Toon aan dat er stabilisatie optreedt. Hoeveel procent van de leerlingen gebruikt in de evenwichtstoestand een agenda van merk C ?

12.4 Populatievoorspellingsmatrix

- 5** In de Middachter bossen is in het najaar van 2005 en in het najaar van 2007 het aantal wilde zwijnen geteld. De dieren zijn hierbij in vier leeftijdsklassen verdeeld.

klasse	I 0 en 1-jarigen	II 2 en 3-jarigen	III 4 en 5-jarigen	IV 6 jaar en ouder
nov. 2005	56	43	36	61
nov. 2007	63	48	30	55

Neem aan dat alleen de dieren in de klassen II, III en IV jongen krijgen en wel alle vrouwtjes evenveel per jaar. Neem verder aan dat de overlevingskans voor de 4 en 5-jarige dieren even groot is als voor de 2 en 3-jarige.

- a** Stel de populatievoorspellingsmatrix L op die de overgangen per twee jaar geeft. Rond de elementen zo nodig af op twee decimalen.
b Gebruik L om de leeftijdsopbouw voor november 2009 en november 2019 te berekenen.

- 6** Gegeven is de populatievoorspellingsmatrix L die de overgangen per jaar geeft.

- a** Bereken L^4 .
b Bereken a in het geval de totale populatie over een periode van vier jaar met 50% toeneemt.
c Neem $a = 6$. Met welk percentage neemt de populatie elke twaalf jaar toe?
d Voor welke waarden van a wordt de populatie met uitsterven bedreigd?

$$\text{naar } \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a \\ 0,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} = L$$