

Oefenmateriaal V5 wiskunde A

Vorbereiding op PTA-toets1 wiskunde

INHOUDSOPGAVE

- **H9:** Rijen & Reeksen.....1-3
- **H10:** Allerlei functies.....4-5
- **H11:** Kansverdelingen.....6-7



Hoofdstuk 9: Rijen & Reeksen

	Rekenkundige rij	Meetkundige rij
Recursieve formule	$u_n = u_{n-1} + v$ met u_0	$u_n = r \cdot u_{n-1}$ met u_0
Directe formule	$u_n = u_0 + nv$	$u_n = u_0 \cdot r^n$
Somformule	$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{1}{2}(n+1)(u_0 + u_n)$	$\sum_{k=0}^n u_k = \frac{u_0(1 - r^{n+1})}{1 - r}$

Opgave 1

Stel van de volgende rijen de recursieve en de directe formule op.

- 48, 51, 54, 57, 60, 63, ...
- 20, 10, 5; 2,5; 1,25; 0,625; ...

Opgave 2

Frans zet op 1 januari 2006 een bedrag van € 1000,- euro op de bank tegen een vaste rente van 4% per jaar. Met ingang van 1 januari 2007 neemt hij jaarlijks € 100,- op.

Op welke datum is het saldo ontoereikend?

Opgave 3

- Bereken de 8^e term van de rij $u_n = n^3 - 3n + 1$.
- Bereken de 8^e term van de rij $u_n = 5 + 2\sqrt{u_{n-1}}$ met $u_0 = 100$.

Opgave 4

Gegeven is de recursieve formule $u_n = u_{n-1} + 6$ met $u_0 = 2$.

De rij u_n is ook te noteren met een formule van de vorm $u_n = 2 + a \cdot n$.

Welk getal is a?

Opgave 5

Gegeven zijn de rijen $u_n = 2n + 7$, $v_n = n^2 + 3$ en $w_n = 2^n$, $z_n = 2 \cdot z_{n-1} + n$ met $z_0 = 2$.

Bereken

- $\sum_{k=0}^5 u_k$.
- $\sum_{k=0}^4 v_k$.
- $\sum_{k=0}^4 w_k$.
- $\sum_{k=0}^4 z_k$.

Opgave 6

Bereken (algebraïsch)

- $17 + 21 + 25 + \dots + 149$.
- $89 + 83 + 77 + \dots + 17$.

Opgave 7

Gegeven is de rij $u_n = 7n + 1$.

- Stel de formule op van $\sum_{k=0}^n u_k$.
- Vanaf welke n is $\sum_{k=0}^n u_k$ groter dan 1000?

Opgave 8

Stel de formule op van $\sum_{k=0}^n u_k$ die hoort bij de volgende regelmaat: 12, 16, 20, 24, 28, ...

Opgave 9

Stel de formule op van $\sum_{k=0}^n (3k)$.

Opgave 10

Rond telkens af op twee decimalen.

- Bereken $\sum_{k=0}^{15} (100 \cdot 1,1^k)$.
- Bereken de som van de eerste 15 termen van de rij $v_n = 200 \cdot 0,98^n$.
- Bereken de som van de eerste 13 termen van de rij $w_n = 1,45 \cdot w_{n-1}$ met $w_0 = 50$.

Opgave 11

Gegeven is de rij $u_n = 10000 \cdot 0,6^n$.

- Toon aan dat $\sum_{k=0}^n u_k = 25000 - 15000 \cdot 0,6^n$.
- Vanaf welke n is $\sum_{k=0}^n u_k$ groter dan 24999?

Opgave 12

Gegeven is de rij $u_n = 18 \cdot 0,4^n$.

- Toon aan dat $\sum_{k=0}^n u_k = 30 - 12 \cdot 0,4^n$.
- Vanaf welke n is $\sum_{k=0}^n u_k$ groter dan 29,99?

Opgave 13

Gegeven is de rij $u_n = u_{n-2} + 3u_{n-1}$ met $u_0 = 2$ en $u_1 = 5$.

Bereken u_2 t/m u_8 .

Opgave 14

Gegeven is de rij $u_{n+2} = u_n^2 + u_{n+1}$ met $u_0 = 2$ en $u_1 = 5$.

Bereken u_2 t/m u_8 .

Opgave 15

De Coca-Cola Company had in 1995 een omzet van 11,3 miljard dollar. Per jaar nam de omzet met 7,4 % toe. De omzet in het n^e jaar na 1995 is u_n .

- Stel de directe formule van u_n op.
- Bereken de totale omzet in de periode van 1995 tot en met 2007.

Opgave 16

Otto heeft een kamerplant gekocht. De plant is 18 cm hoog. De eerste week groeit de plant 5,2 cm. Elke volgende week is de toename van de hoogte 80% van de toename van de voorafgaande week.

- Hoeveel mm is de plant in de achtste week gegroeid?
- Hoeveel mm is de plant in de eerste acht weken in totaal gegroeid?
- Bereken de hoogte van de plant in mm nauwkeurig tien weken na aankoop.

Opgave 17

Uit een vliegtuig valt een voorwerp. De eerste seconde is de valafstand 4,9 meter, de tweede seconde valt het voorwerp 14,7 meter, de derde seconde 24,5 meter, enzovoort

De valafstanden per seconde vormen de rij u_n .

De somformule wordt gegeven door $\sum_{k=0}^n u_k = an^2 + bn + c$.

Bereken a , b en c .

Opgave 18

- Bereken algebraïsch $\sum_{k=2}^9 (5k + 6)$.
- Bereken algebraïsch $\sum_{k=2}^9 (3 \cdot 2^k)$.

Opgave 19

Geef de periode, de evenwichtsstand en de amplitude.

- a) $y = \sin(x)$
- b) $y = 2 + \sin(3x)$
- c) $y = 3 - 6 \sin\left(\frac{1}{4}x\right)$
- d) $y = 1 + 4 \sin(0,1\pi x)$

Opgave 20

Geef enkele beginpunten (= punt waarbij de sinusoiden stijgend door de evenwichtsstand gaat).

- a) $y = 5\sin(x)$
- b) $y = 4 + \sin\left(\frac{2}{3}(x - \pi)\right)$
- c) $y = 4 + \sin\left(\frac{2}{3}x - \pi\right)$
- d) $y = \sin(2\pi(x - 4))$

Opgave 21

- a) Teken op $[0, 4\pi]$ de grafiek van $y = 3 + 2\sin\left(\frac{1}{2}(x - \frac{1}{2}\pi)\right)$.
- b) Teken op $[0, 4]$ de grafiek van $y = 5 + 2\sin\left(\pi(x - \frac{1}{2})\right)$.

Opgave 22

- a) Van een sinusoiden zijn de punten $(3, 12)$ en $(18, 12)$ twee opeenvolgende hoogste punten, die op afstand 4 van de evenwichtsstand liggen. Stel een formule op van deze sinusoiden.
- b) Van een sinusoiden is de evenwichtsstand 650 en de periode 48. Het punt $(16, 812)$ is een top. Stel de formule op van deze sinusoiden.
- c) Van een sinusoiden zijn de punten $(2, 250)$ en $(26, 110)$ twee opeenvolgende toppen. Stel een formule op van deze sinusoiden.

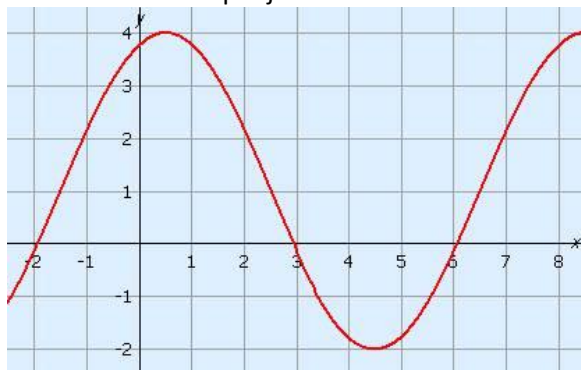
Opgave 23

Gegeven is de formule $N = 30,8 + 6,3 \sin\left(\frac{2}{15}\pi(t - 5,1)\right)$ met t in uren en $0 \leq t \leq 15$.

- a) Bereken $N_{\max}$ en de bijbehorende t algebraïsch.
- b) Bereken $N_{\min}$ en de bijbehorende t algebraïsch.
- c) Bereken N in twee decimalen nauwkeurig voor $t = 7,2$.
- d) Bereken hoeveel minuten N groter is dan 35. Rond af op gehele.

Opgave 24

Stel een formule op bij onderstaande sinusoiden.

**Opgave 25**

De maxima van $y = 2\sin(4x)$ geven de rij u_n met $u_0 = \frac{1}{8}\pi$.

Stel de directe formule op en bereken u_{20} .

Hoofdstuk 10: Allerlei functies

Rekenregels voor machten & logaritmen

	Machten
1	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
2	$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
3	$(a^p)^q = a^{pq}$
4	$(ab)^p = a^p \cdot b^p$
5	$a^0 = 1$
6	$a^{-1} = \frac{1}{a}$
7	$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$
8	$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
9	$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$

	Logaritmen
1	${}^g\log(a) + {}^g\log(b) = {}^g\log(a \cdot b)$
2	${}^g\log(a) - {}^g\log(b) = {}^g\log\left(\frac{a}{b}\right)$
3	${}^g\log(a^n) = n \cdot {}^g\log(a)$
4	${}^g\log(a) = \frac{{}^p\log(a)}{{}^p\log(g)}$
5	$\log(a) = {}^{10}\log(a)$
6	${}^g\log(x) = y$ geeft $x = g^y$
7	${}^g\log(g^a) = a$
8	$g^{{}^g\log(a)} = a$

Opgave 1: Vergelijkingen oplossen

Bereken algebraïsch en geef een exact antwoord

- $3x^4 - 1 = 242$
- $5(2x - 1)^6 + 7 = 12$
- $\sqrt{2x - 1} = 4$
- $6 + 5\sqrt{3x - 6} = 51$
- $\frac{3}{2x-1} = \frac{2}{x+3}$
- $\frac{2x+4}{x-1} = x$
- $2^{x+1} = 64$
- $3 \cdot 5^{2x+1} = 75\sqrt{5}$
- ${}^5\log(x) = {}^5\log(6) - 2 \cdot {}^5\log(4)$
- ${}^3\log(x+7) - {}^3\log(x-1) = 2$

Opgave 2: bereik en domein

Bereken het bereik en domein bij de volgende functies

- $f(x) = -x^2$
- $g(x) = (2 - x)^5 + 3$
- $h(x) = \sqrt{x+1}$
- $i(x) = -0,1\sqrt{8-4x} - 2$
- $j(x) = \frac{1}{x-6}$
- $k(x) = \frac{8x-4}{2x+6}$

Opgave 3: ongelijkheden

Los algebraïsch op

- $x^2 \leq 16$
- $\sqrt{x+1} \geq 4$
- $\frac{1}{x+1} < 2$
- ${}^3\log(x) < 4$

Opgave 4: extreme waarde

Schrijf van de volgende functies de extreme waarde op

- a) $f(x) = -3(x - 5)^2 + 8$
- b) $g(x) = 5x^2 + 7$
- c) $h(x) = -5(x + 3)^6 + 2$
- d) $k(x) = -8(x - 1)^3$
- e) $l(x) = x^2 + 4x$

Opgave 5: translaties

Stel telkens de formule op van de beeldgrafiek.

- a) $y = 5x^6$ en translatie $(8, -3)$.
- b) $y = -x^3$ en translatie $(6, 5)$.
- c) $y = 3\sqrt{2x}$ en translatie $(4, -6)$.
- d) $y = \frac{1}{x}$ en translatie $(-2, 4)$.

Opgave 6: asymptoten

Geef steeds de formules van de asymptoten

- a) $f(x) = 2^x$
- b) $g(x) = -3^x$
- c) $h(x) = 4 + (0,5)^x$
- d) $i(x) = \frac{1}{x}$
- e) $j(x) = 120 - \frac{4}{x+70}$
- f) $k(x) = \frac{10x+3}{5x-4}$

Opgave 7: Logaritme

Herleid

- a) ${}^2\log(7) + {}^2\log(6)$
- b) $2 - 4 \cdot {}^3\log(a)$
- c) ${}^3\log(50) - 2 \cdot {}^3\log(5)$

Opgave 8: herschrijven (1)

Schrijf de volgende formules in de vorm $y = ax^n$ (machtsfunctie) of $y = b \cdot g^x$ (exponentiële functie).

- a) $y = (\frac{1}{3}x^2)^{-1} \cdot x^4$
- b) $y = 75 \cdot (5x)^{-2} \cdot 3x^{12}$
- c) $y = 50 \cdot 2^{3x-1}$
- d) $y = 275 \cdot 5^{-2x}$

Opgave 9: herschrijven (2)

Herleid tot de vorm $\log(N) = at + b$

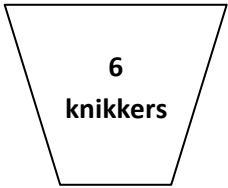
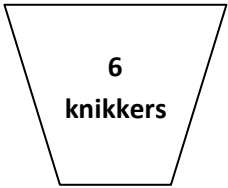
- a) $N = 280 \cdot 1,7^t$
- b) $N = 20 \cdot 0,4^{3t-2}$

Opgave 10: herschrijven (3)

Herleid tot de vorm $y = b \cdot g^x$ en geef b in gehelen en g in drie decimalen nauwkeurig.

- a) $\log(y) = 1,3 - 0,6x$
- b) $3 \cdot {}^2\log(y) = 8 - 4x$

Hoofdstuk 11: Kansverdelingen

	Met terugleggen	Zonder terugleggen
	Voorbeeld	Voorbeeld
	 6 knikkers 2 Rode 4 Witte	 6 knikkers 2 Rode 4 Witte
Geen volgorde	$P(1 \text{ rode en } 2 \text{ witte}) =$ $\binom{3}{1} \cdot P(rww) =$ $\binom{3}{1} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^2$	$P(1 \text{ rode en } 2 \text{ witte}) =$ $\frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{6}{3}}$
Wel volgorde	$P(1 \text{ rode en daarna } 2 \text{ witte}) =$ $P(rww) =$ $\left(\frac{2}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^2$	$P(1 \text{ rode en daarna } 2 \text{ witte}) =$ $P(rww) =$ $\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}$

Opgave 1

Gemma gooit met vier dobbelstenen.

Bereken exact de kans dat de som van de aantallen ogen

- Hoogstens 22 is
- Minstens 7 is

Opgave 2

Bij een loterij zijn vijftig loten verkocht.

Er zijn zeven prijzen, namelijk een prijs van 100 euro, twee van 50 euro, vier van 10 euro. Rob heeft drie loten gekocht. Bereken de kans dat Rob

- Minstens één prijs wint
- 100 euro wint
- Minstens 30 euro wint

Opgave 3

Een fabrikant van cornflakes start een actie om de verkoop te bevorderen. Elk pak bevat een foto van een topsporter. Eén op de vijf foto's is van een voetballer.

De familie Fleming koopt elke week zo'n pak cornflakes. Bereken de kans dat ze

- In vijf weken geen enkele foto van een voetballer hebben
- In zes weken minstens één foto van een voetballer hebben
- In acht weken precies één foto van een voetballer hebben

Opgave 4

In een vaas zitten 50 knikkers. Daarvan zijn er 5 rood. De rest is wit.

Lianne pakt twee knikkers uit de vaas.

Hoeveel witte knikkers zitten er in de vaas in het geval de kans op een rode en een witte groter is dan 0,5?

Opgave 5

Dagelijks rijden veel vrachtwagens met gevaarlijke stoffen over de weg. Van deze vrachtwagens bevat 60% brandbare stoffen en 15% bijtende stoffen. Ga er van uit dat een stof niet zowel brandbaar als bijtend is.

Bij een controle wordt op een snelweg tien vrachtwagens aangehouden die gevaarlijke stoffen vervoeren. Bereken de kans dat

- a) Geen van deze vrachtwagens bijtende stoffen vervoert
- b) Acht van deze vrachtwagens brandbare stoffen en twee bijtende stoffen vervoeren
- c) Minstens negen van deze vrachtwagens brandbare stoffen vervoeren.

Opgave 6

In een vaas zitten 3 rode en 4 witte knikkers. Er worden één voor één knikkers uit de vaas gehaald totdat er een witte knikker gepakt wordt. X is het aantal knikkers dat gepakt wordt.

- a) Stel de kansverdeling op van X .
- b) Bereken $E(X)$ en σ_X

Opgave 7

In een vaas zitten twaalf rode, acht zwarte en vijf witte knikkers. Sofie pakt twee knikkers uit de vaas en kijkt welke kleur deze knikkers hebben. Sofie voert dit experiment 15 keer uit. Elke keer legt ze de twee gepakte knikkers weer in de vaas terug.

Bereken de kans dat Sofie

- a) Drie keer twee rode knikkers pakt.
- b) Minstens tien keer precies één zwarte knikker pakt.

Opgave 8

Bereken de kans dat je

- a) Bij 25 worpen met een geldstuk tussen de 10 en 15 keer munt gooit.
- b) Bij 15 worpen met een dobbelsteen hoogstens tien keer minstens vijf ogen gooit.

Opgave 9

Een machine vult pakken hagelslag. Het vulgewicht is normaal verdeeld met een gemiddelde van 130 gram en een standaardafwijking van 5 gram.

Bereken de kans dat in een steekproef van 50 pakken hagelslag

- a) Er hoogstens vier minder dan 125 gram bevatten
- b) Er precies acht meer dan 132 gram bevatten.

Opgave 10

Bij een normale verdeling is $\mu = 2200$. Het gebied onder de normaalkromme tussen 2080 en 2320 heeft een oppervlakte van 0,62. Bereken σ in tientallen nauwkeurig.

Opgave 11

- a) Hoeveel procent van de waarnemingsgetallen ligt binnen 1σ van μ (op basis van vuistregels)?
- b) Hoeveel procent van de waarnemingsgetallen ligt binnen 2σ van μ (op basis van vuistregels)?

Opgave 12

In een zak snoep zitten nog 4 groene kikkertjes, 5 spekkies en 6 colaflesjes. Eefje pakt één voor één een snoepje uit de zak zonder te kijken. Bereken de kans dat

- a) Ze bij het opeten van 6 snoepjes alleen colaflesjes pakt
- b) Ze 3 spekkies en 3 kikkers pakt
- c) Ze eerst 3 spekkies en daarna 3 kikkers pakt
- d) Ze 2 kikkers en 3 spekkies pakt en als laatste een colaflesje